**PREPARACIÓN OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA (CURSO 2021-22)**

ECUACIONES FUNCIONALES 11-03-2022

1) Determinar todas las funciones, *f ,* tales que

$$f\left(xf\left(y\right)+y\right)=f\left(xy\right)+f\left(y\right)$$

para cualesquiera números reales *x, y*. (Fase Local 2021)

2) Encontrar todas las funciones reales, *f,* de variable real que satisfacen la ecuación funcional

$$f\left(x+f\left(x+y\right)\right)=f\left(2x\right)+y,$$

cualesquiera que sean *x, y* reales. (Fase Local 2018)

3) Sea $R^{+}$ el conjunto de los números reales positivos. Halla todas las funciones

$f:R^{+}\rightarrow R^{+}$, tales que

$$f\left(x+f\left(y\right)\right)=yf\left(xy+1\right), $$

para todo *x,y>0.* (Fase Nacional 2018)

4) Halla todas las funciones $f:Q\rightarrow Q$ tales que

$$f\left(x+y\right)=f\left(x\right)+f\left(y\right),$$

para todo x,y racionales.

5) Halla todas las funciones $f:R\rightarrow R$ tales que

$$f\left(x^{2}+yf\left(x\right)\right)=xf(x+y)$$

para cualesquiera números reales *x, y.*

6) Halla todas las funciones $f:R\rightarrow R$ tales que

$$f\left(x\right)f\left(y\right)=f\left(x+y\right)+xy$$

para cualesquiera números reales *x, y.*

7) Halla todas las funciones $f:R\rightarrow R$ tales que

$$f\left(x^{2}\right)+4y^{2}f\left(y\right)=(f\left(x-y\right)+y^{2})(f\left(x+y\right)+f\left(y\right))$$

para cualesquiera números reales *x, y.*

8) Halla todas las funciones $f:Z\rightarrow Z$ tales que

$$f\left(m^{2}+f\left(n\right)\right)=[f\left(m\right)]^{2}+n$$

para cualesquiera números enteros *m, n.*